ПРАКТИЧЕСКОЕ ПРИМЕНЕНИЕ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ИСЧИСЛЕНИЙ В СТРОИТЕЛЬСТВЕ

Н. А. Жуменок, А. А. Почечуева,
студенты факультета международных экономических отношений и менеджмента
Учреждение образования Федерации профсоюзов Беларуси «Международный университет «МИТСО», г. Минск
Научные руководители:
В. В. Подгорная,
старший преподаватель кафедры высшей математики
Учреждение образования Федерации профсоюзов Беларуси «Международный университет «МИТСО», г. Минск
П. И. Кибалко,
профессор кафедры высшей математики
Учреждение образования Федерации профсоюзов Беларуси «Международный университет «МИТСО», г. Минск

Огромное влияние на архитектуру и строительство в данный момент оказывают экономические факторы. В вечной несодрогаемой красоте форм, пластичности, точности мельчайших деталей мы можем наблюдать проявление художественного стиля архитектуры, однако все это достижение правильных математических вычислений. В мире, где процветает процесс глобализации, одним из важнейших секторов национальной экономики все еще продолжает быть и архитектура.

Задача современного архитектора сделать свой проект наиболее гармоничным и эффективным, но для этого необходимо знание теории высшей математики. Также он должен быть знаком с аналитической геометрией и математическим анализом, основами высшей алгебры и теорией матриц, владеть методами дифференциальных уравнений и основами интегрирования. Потому за рубежом при подготовке будущих специалистов в сфере архитектуры немалое внимание уделяется математике. Порой недостаток математических знаний становится неприятным поводом для архитектуры совершать большее количество ненужной работы.

Многочисленные задачи архитектуры и строительства сводятся к математическому моделированию процессов в виде формулы, т. е. в виде функциональной зависимости. Допустим, интегральные вычисления помогут с исследованием макетов в архитектуре. Данные факторы являются подтверждением значимости и актуальности проделанной работы.

Материалом для этой работы послужили интегральные исчисления и задачи архитектуры, которые решаются при помощи интегралов.

Целью данной работы является рассмотрение возможности применения интегралов для решения задач по архитектуре.

Архитектор, воспользовавшийся знаниями высшей математики, сможет решить ряд задач, к примеру:

- определить отношение между параметрами частей и найти единую закономерность, которая будет использована при изменении размеров (уменьшении или увеличении);
- определить место в пространстве, которое будет использовано для размещения сооружений;
- описать объект определенной математической формой, которая даст возможность выделить его из других сооружений;
- проектировать сооружения и их окружение при помощи математических принципов.

Тема данной работы всегда будет актуальной, так как математические методы применяются во многих сферах жизни, в том числе и в сфере строительства.

Задача 1.

Определить объем строительных материалов, которые изготовили рабочие, если производительность труда определяется функцией $f(t) = -3t^2 + 18t$. Найти выработку рабочего времени: 1) за трудовой день; 2) за третий час работы; 3) за последний трудовой час (длительность рабочего времени 6 часов); 4) произвести экономический анализ задачи.

Решение: Если непрерывная функция $f(t)$ определяет производительность труда в зависимости от времени t, тогда объем строительных материалов, которые изготовили рабочие за промежуток времени от t_1 до t_2, будет выражаться формулой: $V = \int_{t_1}^{t_2} f(t)dt$. В нашем случае $f(t) = -3t^2 + 18t$.

1. Определим общую выработку рабочего времени за весь день (6 часов):

$$Q = \int_0^T f(t)dt = \int_0^6 (-3t^2 + 18t)dt = (-t^3 + 9t^2)|_0^6 = 108\ (\text{у. е.})$$

2. Найдем выработку рабочего времени за третий час работы:

$$Q = \int_2^3 f(t)dt = \int_2^3 (-3t^2 + 18t)dt = (-t^3 + 9t^2)|_2^3 = 26\ (\text{у. е.})$$

3. Определим выработку рабочего времени за последний час работы:

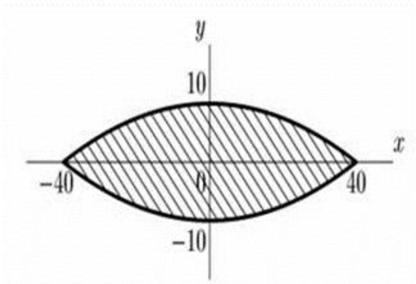
$$Q = \int_5^6 f(t)dt = \int_5^6 (-3t^2 + 18t)dt = (-t^3 + 9t^2)|_5^6 = 8\ (\text{у. е.})$$

4. Экономический анализ: работа изнурительная и требует приложения больших усилий, из этого следует, что к концу дня снижается производительность труда.

Задача 2.

Комната похожа на две пересекающиеся параболы. Какое количество краски понадобится для ее покраски. Длинна комнаты 80 м, ширина в центре – 20 м, а на каждый квадратный метр необходимо 0,25 кг краски.

Решение: введем систему координат: начало координат поместим в центре, а ось x – вдоль комнаты.



Определим уравнение одной из парабол для нахождения площади комнаты.

Общее уравнение параболы имеет вид: $\mathrm{y} = \mathrm{ax}^2 + bx + c$.

Точки (–40;0), (40;0), (0;10) принадлежат параболе, значит решением системы уравнений:

$$\begin{cases} 40a^2 + 40b + c = 0 \\ 40a^2 - 40b + c = 0 \\ c = 10 \end{cases}$$

являются следующие числа: a = $-\frac{1}{160}$, b = 0, c = 10. Значит, уравнение искомой параболы имеет вид y=$-\frac{1}{160}\mathrm{x}^2 + 10$.

Площадь половинки комнаты равна $S = \int_{-40}^{40} \left(-\frac{1}{160}x^2 + 10\right)dx = 400 \cdot \frac{4}{3}$

Для окраски половины комнаты необходимо $0{,}25\,S = \frac{400}{3}$ (кг) краски. Значит, для покраски всей комнаты понадобится 2 × 0,25 S = 2 × $\frac{400}{3} \approx$ 266,7 (кг).

Задача 3. Для строительства завода задается непрерывный денежный поток, скорость которого: $I(t) = -t2 + 20t + 5$ (у. е.) на 20 лет с годовой процентной ставкой $\mathrm{p} = 5\,\%$. Нужно найти дисконтированную стоимость этого потока. Согласно формуле потока мы имеем:

$$\Pi = \int_0^{20} (-t^2 + 20t + 5)e^{-0{,}05t}dt$$

Заменим переменную: $s = -0{,}05t, t = -20s, dt = -20ds$.

Новые пределы интегрирования получатся вследствие подстановки старых пределов в формулу замены: $s_0 = 0, s_1 = -1$. Таким образом, получаем:

$$\Pi = -20\int_0^{-1} (-400s^2 - 400s + 5)e^x = 20 \int_{-1}^{0}(-400s^2 - 400s + 5)e^x ds$$

К последнему интегралу применим формулу интегрирования по частям, полагая, что

$$u =- 400s2 - 400s + 5, du = (-800s - 400)ds, dv = esds, v = \mathrm{e}s$$

Следовательно:

$$\Pi = 20(-400s^2 - 400s + 5)e^x|_{-1}^{0} + \int_{-1}^{0} e^x\,(800s + 400)ds$$

В первом слагаемом подставим пределы интегрирования, а ко второму слагаемому применим еще раз формулу интегрирования по частям, полагая

$$u = 800s + 400, du = 800ds$$

Имеем:

$\Pi = 20(5 - 5e^{-1} + (800s + 400)e^x|_{-1}^{0} - \int_{-1}^{0} 800e^x\,ds = 20(5 - 5e - 1 + 400 + (800 - 400)e - 1 - 800 + 800e - 1) = 20(1195e - 1 - 395)$

Окончательно получим поток, равный 892 (у. е.).

Таким образом, необходимо отметить, что строительство тесно связано с экономикой. Экономика архитектурного дизайна необходима для анализа, доказательства и поиска рациональных вариантов и направлений в архитектуре и градостроительстве. Поэтому возможно полагать, что архитектура в определенном смысле формирует экономику, а также создает экономическую стоимость.

Интегралы применяются не только в экономике, так, решение экономических задач с использованием интегральных исчислений помогло нам понять важность применения интегралов в сфере строительства. Доказательством этого являются приведенные в работе задачи.

Рассмотренные в данной работе примеры практических задач дают нам ясное представление о значимости определенного интеграла. Так, в процессе выполнения были рассмотрены примеры практических задач в сфере архитектуры и строительства, решаемые с помощью определенного интеграла. Конечно, это еще далеко не исчерпывающий список задач, которые используют интегральный метод, но даже они показывают широкое применение этого метода при решении реальных прикладных задач. Все это подчеркивает значимость и актуальность выполненной работы и позволяет считать, что цель работы достигнута.

Развиваясь в разных сферах деятельности, в том числе и архитектурной, у каждого экономиста развиваются компетенции, такие как планово-экономические, финансово-экономические, аналитические.

Таким образом, с помощью интегральных исчислений архитектор сможет строить графики, вычислять длины, площади и объемы геометрических фигур, моделировать проекты.

Эта работа позволила нам глубже понять и систематизировать знания об интеграле и возможностях его применения в различных областях науки, а именно в сфере архитектуры и строительства.

Список использованных источников

1. Кремер, Н. Ш. Высшая математика для экономистов / Н. Ш. Кремер [и др.] ; под ред. Н. Ш. Кремер. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : ЮНИТИ, 2000. – 471 с.
2. Кремер, Н. Ш. Высшая математика для экономических специальностей : учебник и практикум / Н. Ш. Кремер [и др.] ; под ред. Н. Ш. Кремер. – 3-е изд., перераб. и доп. – М. : Юрайт, 2011. – 909 с.
3. Черняк, Ж. А. Контрольные задания по общему курсу высшей математики / Ж. А. Черняк [и др.] ; под общей редакцией Ж. А. Черняк, А. А. Черняк. – СПб. : Питер, 2006. – 446 с.
4. Ахтямов, А. М. Математика для социологов и экономистов : учеб. пособие / А. М. Ахтямов ; под ред. Р. А. Бунатян. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 464 с.
5. Ляликова, Е. Р. Приложения определенного интеграла к решению задач экономики [Электронный ресурс] / Е. Р. Ляликова // Молодой ученый. – 2015. – № 19. – Режим доступа: https://moluch.ru/archive/99/22155/. – Дата доступа: 04.04.2019.